

 Indywidualny identyfikator uczestnika konkursu

WOJEWÓDZKI KONKURS PRZEDMIOTOWY
Z MATEMATYKI

organizowany przez Łódzkiego Kuratora Oświaty
dla uczniów szkół podstawowych w roku szkolnym 2023/2024

TEST – ETAP WOJEWÓDZKI

* Na wypełnienie testu masz **120 min**.
* Arkusz liczy **12 stron** i zawiera **15**  **zadań,** w tym brudnopis.
* Przed rozpoczęciem pracy sprawdź, czy Twój arkusz jest kompletny. Jeżeli zauważysz usterki, zgłoś je Komisji Konkursowej.
* Zadania czytaj uważnie i ze zrozumieniem.
* Odpowiedzi wpisuj długopisem bądź piórem, kolorem czarnym lub niebieskim.
* Dbaj o czytelność pisma i precyzję odpowiedzi.
* W zadaniach zamkniętych zaznacz prawidłową odpowiedź, wstawiając znak X we właściwym miejscu.
* Jeżeli się pomylisz, błędne zaznaczenie otocz kółkiem i zaznacz znakiem X inną odpowiedź.
* Oceniane będą tylko te odpowiedzi, które umieścisz w miejscu do tego przeznaczonym.
* Do każdego numeru zadania podana jest maksymalna liczba punktów możliwa do uzyskania za prawidłową odpowiedź.
* Pracuj samodzielnie. Postaraj się udzielić odpowiedzi na wszystkie pytania.
* Nie używaj korektora. Jeśli pomylisz się w zadaniach otwartych, przekreśl błędną odpowiedź
i wpisz poprawną.
* Korzystaj tylko z przyborów i materiałów określonych w regulaminie konkursu.

 ***Powodzenia***

Maksymalna liczba punktów - 80

Liczba uzyskanych punktów - …..

Imię i nazwisko ucznia: …………………………………………..……………

 wypełnia Komisja Konkursowa po zakończeniu sprawdzenia prac

Podpisy członków komisji sprawdzających prace:

1. ………………………………………………….. ……………….……………

 (imię i nazwisko) (podpis)

1. ………………………………………………….. ……………….……………

 (imię i nazwisko) (podpis)

# Zadanie nr 1

Ile będzie równe wyrażenie $x^{3}-x^{2}-x+12$ gdy w miejsce $x$ wstawimy $ \sqrt{2}$?

1. $\sqrt{6}+10$
2. $\sqrt{6}+14$
3. $\sqrt{2}+10$
4. $\sqrt{2}+14$
5. $\sqrt{2} +8$

**……………….../ 3 pkt.**

 (liczba uzyskanych punktów / maksymalna liczba punktów)

# Zadanie nr 2

Oblicz korzystając m.in. z faktu, że $\sqrt[n]{a}=a^{\frac{1}{n}}$ wartość wyrażenia: $\sqrt{8}⋅\sqrt[3]{16}⋅\sqrt[6]{2}$.
Wskaż otrzymany wynik:

1. $2$
2. $8$
3. $4\sqrt[11]{2}$
4. $\sqrt[11]{256}$
5. $16$

**……………….../ 3 pkt.**

 (liczba uzyskanych punktów / maksymalna liczba punktów)

# Zadanie nr 3

Pani Julia wpłaciła na lokatę $2000$ zł. Oprocentowanie lokaty wynosi $5\%$ w skali roku (oznacza to, że bank wypłaca po roku $5\%$ odsetek). Od otrzymanych odsetek naliczany jest podatek $20\%$. Ile pieniędzy będzie na lokacie pani Julii po roku oszczędzania?

1. $80 zł$
2. $100 zł$
3. $2100 zł$
4. $2080 zł$
5. $1580 zł$

**……………….../ 3 pkt.** (liczba uzyskanych punktów / maksymalna liczba punktów)

**Zadanie nr 4**

Liczba $a$ spełnia warunek $-\frac{1}{a}<-a<a<\frac{1}{a}$. Wynika stąd, że:

1. $a<-1$
2. $-1<a<0$
3. $a=0$
4. $0<a<1$
5. $a>1$

**……………….../ 3 pkt.**

 (liczba uzyskanych punktów / maksymalna liczba punktów)

**Zadanie nr 5**

 Przy ulicy Konkursowej stoją $23$ kolejno numerowane domy. Spis powszechny wykazał, że przy tej ulicy mieszka $139 $ osób. Wnikliwy rachmistrz zauważył, że w każdych czterech sąsiednich domach mieszkają łącznie $24$ w osoby. Ile osób mieszka w domu przy Konkursowej $12$?

1. $4$
2. $5$
3. $6$
4. Rachmistrz musiał się pomylić, taki układ jest niemożliwy
5. $24$

**……………….../ 3 pkt.**

 (liczba uzyskanych punktów / maksymalna liczba punktów

**Zadanie nr 6**

Konik polny porusza się po kartezjańskim układzie współrzędnych. Startuje z punktu $(3,2)$ i w jednym ruchu idzie dwa kroki w lewo lub w prawo oraz jeden krok
w górę lub w dół. Krok ma długość jednej jednostki. Na jakim polu nie może się znaleźć po $5$ krokach.

1. $\left(13,1\right)$
2. $\left(13,3\right)$
3. $\left(1,1\right)$
4. $\left(-3,5\right)$
5. $\left(7,7\right)$

**……………….../ 3 pkt.** (liczba uzyskanych punktów / maksymalna liczba punktów

**Zadanie nr 7**

Średnica koła rowerowego podawana jest calach ($1$ cal to $2,54$ cm). Maciek ma rower o średnicy 28 cala. Ile pełnych obrotów wykona koło Maćka w czasie jazdy na dystansie $1 $km.

1. $447$
2. $4$
3. $448$
4. $223$
5. $223$

**……………….../ 3 pkt.**

 (liczba uzyskanych punktów / maksymalna liczba punktów)

**Zadanie nr 8**

Stefan Banach, najbardziej znany polski matematyk, urodził się 30.03.1892. Jaki to był dzień tygodnia? Pamiętaj, że rok 1900 nie był rokiem przestępnym.

1. poniedziałek
2. wtorek
3. środa
4. czwartek
5. piątek
6. sobota
7. niedziela

**……………….../ 3 pkt.**

 (liczba uzyskanych punktów / maksymalna liczba punktów)

**Zadanie nr 9**

Promień podstawy stożka jest $3 $ razy większy niż promień podstawy walca. Wysokość obu brył jest taka sama. Wskaż zdanie prawdziwe.

1. Objętość obu brył jest taka sama.
2. Objętość stożka jest $3$ razy większa niż objętość walca.
3. Objętość stożka jest $9$ razy większa niż objętość walca.
4. Objętość stożka jest $3$ razy mniejsza niż objętość walca.
5. Objętość stożka jest $9$ razy mniejsza niż objętość walca.

**……………….../ 3 pkt.** (liczba uzyskanych punktów / maksymalna liczba punktów)

**Zadanie nr 10**

Niech $x$ i $y$ będą cyframi. Liczba $4⋅10^{4}+7⋅10^{3}+7⋅10^{2}+10x+y$ jest podzielna przez $60$. Wskaż zdanie prawdziwe:

1. $y-x=6$
2. $x-y=6$
3. $x-y=1$
4. $y-x=1$
5. $x-y=5$

**……………….../ 3 pkt.**

 (liczba uzyskanych punktów / maksymalna liczba punktów)

**Zadanie nr 11**

Wykaż, że liczba $3^{15}+9^{7}+27^{4}$ jest podzielna przez $37$.

**……………….../ 4 pkt.**

 (liczba uzyskanych punktów / maksymalna liczba punktów)

**Zadanie 12**

Jeden z odcinków $a,b,c$ ma długość $1$, jeden ma długość $2$, jeden ma długość $3$, np. $a=2, b=3, c=1$.

1. Wypisz wszystkie 6 możliwych układów.
2. Rozważmy trójkąt ostrokątny $ABC$ oraz taki punk $D$, że odcinek $CD$ jest jego wysokością.

Niech $|AC|=a$, $|BC|=b$ i $|AD|=c$. Sporządź rysunek pomocniczy.

Wskaż układy z punktu a), które są możliwe. Uzasadnij dlaczego pozostałe układy nie są możliwe.

1. Oblicz pole jednego z możliwych trójkątów $ABC$ (dowolnie wybranego spośród dopuszczalnych opcji).

**Rozwiązanie:**

**……………….../ 12 pkt.** (liczba uzyskanych punktów / maksymalna liczba punktów)

**Zadanie 13**

W skarbonce Mateusza są monety o nominałach $1 $zł, $2 $zł i $5 $zł, w sumie $90$ zł. Wszystkich monet jest $40$, przy czym monet jednozłotowych jest tyle samo, co monet pięciozłotowych.

1. Niech $n$ oznacza liczbę pięciozłotówek oraz $m$ oznacza liczbę dwuzłotówek. Ułóż układ równań, który wynika z treści powyższego zadania.
2. Ile monet poszczególnych nominałów jest w skarbonce Mateusza?
3. Jeśli Mateusz wyjmie ze skarbonki $11$ zł zabierając możliwie najmniejszą liczbę monet, to jaki procent monet pozostał w skarbonce?
4. Jeśli Mateusz wyjmie ze skarbonki $11$ zł zabierając możliwie największą liczbę monet, to jaki procent monet ze skarbonki zabierze?
(Rozważ początkową zawartość skarbonki, niezależnie od podpunktu c) )

**Rozwiązanie:**

**……………….../ 11 pkt.** (liczba uzyskanych punktów / maksymalna liczba punktów)

**Zadanie 14**

Rozważmy liczby:

* $a=\frac{10}{\sqrt{3}-2}$
* $b=\sqrt{363}$
* $c=\left|AB\right|$, gdzie $A=\left(0,\left(3\right);\sqrt{2}-\frac{2}{3}\right)$ i $B=\left(\frac{4}{3};-0,\left(6\right)\right)$
* $d$ to objętość sześcianu o boku $2\sqrt[3]{2}$
* $e$ to obwód trójkąta prostokątnego, w którym najdłuższy bok ma długość $8$ a jeden z boków jest o połowę krótszy

Niech $\overbar{x}$ oznacza średnią arytmetyczną liczb $a,b,c,d,e$. Dla jakiej liczby naturalnej $n$ spełniony jest warunek $n\leq \overbar{x}<n+1$?

**Rozwiązanie:**

**……………….../ 12 pkt.**

 (liczba uzyskanych punktów / maksymalna liczba punktów)

**Zadanie 15**

Oblicz obwód zacieniowanej figury. Czy pole części figury, która znajduje się
w pierwszej ćwiartce układu współrzędnych stanowi ponad połowę pola całej figury?

****

**Rozwiązanie:**

**……………….../ 11 pkt.**

 (liczba uzyskanych punktów / maksymalna liczba punktów)

BRUDNOPIS

#