

 Indywidualny identyfikator uczestnika konkursu

WOJEWÓDZKI KONKURS PRZEDMIOTOWY
Z MATEMATYKI

organizowany przez Łódzkiego Kuratora Oświaty
dla uczniów szkół podstawowych w roku szkolnym 2023/2024

TEST – ETAP REJONOWY

* Na wypełnienie testu masz 90 **min**.
* Arkusz liczy **13 stron** i zawiera 15  **zadań,** w tym brudnopis.
* Przed rozpoczęciem pracy sprawdź, czy Twój arkusz jest kompletny. Jeżeli zauważysz usterki, zgłoś je Komisji Konkursowej.
* Zadania czytaj uważnie i ze zrozumieniem.
* Odpowiedzi wpisuj długopisem bądź piórem, kolorem czarnym lub niebieskim.
* Dbaj o czytelność pisma i precyzję odpowiedzi.
* W zadaniach zamkniętych zaznacz prawidłową odpowiedź, wstawiając znak X we właściwym miejscu.
* Jeżeli się pomylisz, błędne zaznaczenie otocz kółkiem i zaznacz znakiem X inną odpowiedź.
* Oceniane będą tylko te odpowiedzi, które umieścisz w miejscu do tego przeznaczonym.
* Do każdego numeru zadania podana jest maksymalna liczba punktów możliwa do uzyskania za prawidłową odpowiedź.
* Pracuj samodzielnie. Postaraj się udzielić odpowiedzi na wszystkie pytania.
* Nie używaj korektora. Jeśli pomylisz się w zadaniach otwartych, przekreśl błędną odpowiedź
i wpisz poprawną.
* Korzystaj tylko z przyborów i materiałów określonych w regulaminie konkursu.

 ***Powodzenia***

Maksymalna liczba punktów - 80

Liczba uzyskanych punktów - …..

Imię i nazwisko ucznia: …………………………………………..……………

 wypełnia Komisja Konkursowa po zakończeniu sprawdzenia prac

Podpisy członków komisji sprawdzających prace:

1. ………………………………………………….. ……………….……………

 (imię i nazwisko) (podpis)

1. ………………………………………………….. ……………….……………

 (imię i nazwisko) (podpis)

# Zadanie nr 1

Wskaż zdanie prawdziwe dla dowolnej liczby rzeczywistej $x$.

1. Liczba $5x$ jest większa niż $x$.
2. Liczba $x^{2}$ jest większa niż $x$.
3. Liczba $x^{2}$ ma więcej dzielników niż liczba $x$.
4. Liczba $\sqrt{x^{4}}=x^{2}$.
5. Liczba $\sqrt{x^{6}}=x^{3}$.

**……………….../ 3 pkt.**

 (liczba uzyskanych punktów / maksymalna liczba punktów)

# Zadanie nr 2

W wykropkowane miejsca działania

$$2… 2… 2$$

wstawiamy jeden z trzech znaków $„+$”, „$∙"$, „$ :"$ (znaki mogą się powtarzać) otrzymując np. działanie $2+2∙2$ lub $2∙2∙2$. Rozważmy cztery zdania:
1. Przy każdym możliwym układzie znaków wynik jest liczbą parzystą.
2. Każda otrzymana w ten sposób liczba całkowita jest parzysta.
3. Możemy w ten sposób otrzymać 5 różnych wyników.
4. Przy dokładnie dwóch różnych układach znaków otrzymamy liczbę pierwszą.

Ile z tych czterech zdań to zdania prawdziwe?

1. $0$
2. $1$
3. $2$
4. $3$
5. $4$

**……………….../ 3 pkt.**

 (liczba uzyskanych punktów / maksymalna liczba punktów)

# Zadanie nr 3

Niech $n$ będzie dowolną liczbą naturalną. Rozważmy działanie $+\_{n}$, które liczbom
 $a$ i $b$ przypisuje resztę z dzielenia liczby $a+b$ przez $n$, na przykład:

$5 +\_{3} 24=2$,

bo reszta z dzielenia liczby $29$ przez $3$ jest równa $2$.

Rozważmy liczby:

$a=\sqrt{5^{2}-3^{2 }}+\_{4}\sqrt[ 3]{125}$ , $b=\sqrt{5^{2}-4^{2}} +\_{5} \sqrt{36}$, $c=\sqrt{5^{2}+12^{2}} +\_{3}$ $5^{0}$.

Wskaż poprawny układ nierówności lub równań.

1. $a<c<b$
2. $c<a<b$
3. $b=c<a$
4. $b<a<c$
5. $c<b<a$

**……………….../ 3 pkt.** (liczba uzyskanych punktów / maksymalna liczba punktów)

**Zadanie nr 4**

Na którym rysunku przedstawiono zbiór rozwiązań nierówności:

$$\frac{1}{3}x+2>\frac{1}{2}x-1$$

****

**……………….../ 3 pkt.**

 (liczba uzyskanych punktów / maksymalna liczba punktów)

**Zadanie nr 5**

Wiedząc, że pole trapezu ABCD przedstawionego na poniższym rysunku wynosi $66$, oblicz $x$.



1. $x=5$
2. $x=8$
3. $x=3,5$
4. $x=7$
5. $x=10$

**……………….../ 3 pkt.**

 (liczba uzyskanych punktów / maksymalna liczba punktów)

**Zadanie nr 6**

Wskaż zdanie prawdziwe dla dowolnych liczb $a, b,c, d$, które nie są równe zero

1. Średnia arytmetyczna liczb $a, b,c, d,0 $ jest taka sama jak średnia arytmetyczna liczb $a,b,c,d$.
2. Średnia arytmetyczna liczb $a^{2},b^{2},c^{2},d^{2},0^{2} $ jest mniejsza niż średnia arytmetyczna liczb $a^{2},b^{2},c^{2},d^{2}$.
3. Średnia arytmetyczna liczb $a, b,c, d,0 $ jest mniejsza niż średnia arytmetyczna liczb $a,b,c,d$.
4. Średnia arytmetyczna liczb $a^{2},b^{2},c^{2},d^{2},0^{2} $ jest taka sama jak średnia arytmetyczna liczb $a^{2},b^{2},c^{2},d^{2}$.
5. Średnia arytmetyczna liczb $2^{a},2^{b},2^{c},2^{d},2^{0}$ jest większa niż średnia arytmetyczna liczb $2^{a},2^{b},2^{c},2^{d}$.

**……………….../ 3 pkt.**

 (liczba uzyskanych punktów / maksymalna liczba punktów)

**Zadanie nr 7**

Oblicz obwód czworokąta$ACED$przedstawionego na poniższym rysunku.Zaznacz prawidłową odpowiedź spośród podanych.



1. $a\left(3\sqrt{2}+2\sqrt{3}+3+\sqrt{6}\right)$
2. $a\left(3\sqrt{2}+2\sqrt{3}+3\right)$
3. $a\left(3\sqrt{2}+\sqrt{3}+3+\sqrt{6}\right)$
4. $a\left(3\sqrt{2}+\sqrt{3}+3\right)$
5. $a\left(3\sqrt{2}+2\sqrt{2}+2+\sqrt{6}\right)$

**……………….../ 3 pkt.**

 (liczba uzyskanych punktów / maksymalna liczba punktów)

**Zadanie nr 8**

Oblicz pole zacieniowanego obszaru. Zaznacz właściwą odpowiedź.

****

1. $4\left(2-2π\right)$
2. $32-4π$
3. $2\left(4-π\right)$
4. $16-4\sqrt{2}π$
5. $8-2\sqrt{2}$

**……………….../ 3 pkt.**

 (liczba uzyskanych punktów / maksymalna liczba punktów)

**Zadanie nr 9**

Rozważmy liczby: $a=\frac{1}{\sqrt{2}-1}$, $b=-\sqrt{2}$, $c=2\sqrt{2}$, $d=\frac{1}{\sqrt{2}+1}$. Wskaż liczbę wymierną:

1. $a+b$
2. $a+c$
3. $b+c$
4. $a+d$
5. $c+d$

**……………….../ 3 pkt.**

 (liczba uzyskanych punktów / maksymalna liczba punktów)

**Zadanie nr 10**

W nocy 28/29.10.2023 roku zmienialiśmy czas przestawiając zegarki z godziny $3$ na godzinę$2$**.**

* Pani Agnieszka pracuje na dyżury nocne, które trwają od godziny 19 do 7 rano. Zaczęła dyżur 29 października i zgodnie z planem pracowała od 19 do 7 rano następnego dnia.
* Pan Krzysztof wyruszył w podróż 29.10 o $1:15$ i dotarł na miejsce o $4:15$ przejechawszy $360$ km.

Wskaż zdanie prawdziwe:

1. Pani Agnieszka pracowała $12$ godzin, pan Krzysztof jechał ze średnią prędkością $120\frac{km}{h}$.
2. Pani Agnieszka pracowała $12$ godzin, pan Krzysztof jechał ze średnią prędkością $90\frac{km}{h}$.
3. Pani Agnieszka pracowała $11$ godzin, pan Krzysztof jechał ze średnią prędkością $180\frac{km}{h}$.
4. Pani Agnieszka pracowała $13$ godzin, pan Krzysztof jechał ze średnią prędkością $120\frac{km}{h}$.
5. Pani Agnieszka pracowała $13$ godzin, pan Krzysztof jechał ze średnią prędkością $90\frac{km}{h}$.

**……………….../ 3 pkt.**

 (liczba uzyskanych punktów / maksymalna liczba punktów)

**Zadanie nr 11**

1. Udowodnij, wskazując odpowiedni przykład, że pierwiastek sumy to nie jest suma pierwiastków.
2. Podaj przykład liczb $x$ i $y$, dla których zachodzi równość $\sqrt{x+y}=\sqrt{x}+\sqrt{y}$.

**……………….../ 4 pkt.**

 (liczba uzyskanych punktów / maksymalna liczba punktów)

**Zadanie 12**

Dwadzieścia lat temu mama Jasia i Małgosi miała dwa razy więcej lat niż suma wieku Jasia i Małgosi. Jednocześnie Małgosia była dwa razy starsza niż Jaś. Dziś Jan, Małgorzata i ich mama mają razem $123$ lata. Ile lat mają dziś Jan, Małgorzata i ich mama?

**Rozwiązanie:**

**……………….../ 12 pkt.** (liczba uzyskanych punktów / maksymalna liczba punktów)

**Zadanie 13**

W pewnej komisji wyborczej uprawnionych do głosowania jest $2400$ osób. Frekwencja w tej komisji wyniosła $80\%$ (oznacza to, że $80\%$ wyborców odebrało karty do głosowania). Głos w wyborach jest ważny, jeśli wyborca, który odebrał kartę, wskazał dokładnie jednego kandydata. Ze sprawozdania komisji wynika, że $\frac{1}{3}$ ważnych głosów stanowiły głosy oddane na kandydata z partii A. Przewodniczący zauważył, że $30\%$ wszystkich osób, które odebrały kartę oddało ważny głos na kandydata z partii A. Jaki procent osób, które odebrały kartę do głosowania oddał nieważny głos?

**Rozwiązanie:**

**……………….../ 10 pkt.** (liczba uzyskanych punktów / maksymalna liczba punktów)

**Zadanie 14**

Postępuj zgodnie z instrukcją:

* narysuj kwadrat
* narysuj jedną z jego osi symetrii, która dzieli kwadrat na dwa trójkąty (nie ma znaczenia, którą)
* narysuj romb, którego jednym z boków jest bok kwadratu a drugi bok zawiera się w osi symetrii kwadratu, ale nie zawiera się w jego przekątnej (nie ma znaczenia który)
* przyjmij, że bok kwadratu ma długość $4$ (nie ma znaczenia długość na Twoim rysunku).

Oblicz obwód i pole narysowanego sześciokąta (jeden z boków kwadratu jest przekątną powstałego sześciokąta).

**Rozwiązanie:**

**……………….../ 12 pkt.**

 (liczba uzyskanych punktów / maksymalna liczba punktów)

**Zadanie 15**

Rozważmy prostopadłościenne akwarium o podstawie$3dm×6 dm$ i wysokości $3,75 dm$. Jest on napełniony wodą do pewnej wysokości. Wrzucono do niego sześcienny klocek o krawędzi $2dm$. Poziom wody z akwarium podniósł się o $25\%$.

1. Do jakiej wysokości sięgała wtedy woda?
2. Ile jeszcze takich całych klocków można włożyć do tego akwarium tak żeby woda się nie rozlała?

**Rozwiązanie:**

**……………….../ 12 pkt.**

 (liczba uzyskanych punktów / maksymalna liczba punktów)

BRUDNOPIS

#