WOJEWÓDZKI KONKURS PRZEDMIOTOWY
Z MATEMATYKI

dla uczniów szkół podstawowych w roku szkolnym 2021/2022

 **etap rejonowy - SCHEMAT OCENIANIA**

|  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |
| --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- |
| Nr zadania | **1** | **2** | **3** | **4** | **5** | **6** | **7** | **8** | **9** | **10** | **11** | **12** | **13** |
| Poprawna odpowiedź | **B** | **C** | **E** | **C** | **E** | **D** | **E** | **A** | **B** | **D** | **D** | **C** | **F** | **F** | **P** |
| Liczba punktów | 3 | 3 | 3 | 3 | 3 | 3 | 3 | 3 | 3 | 3 | 3 | 3 | 3 | 3 | 3 |

**Zadanie nr 14 ( 7 pkt )**

Uporządkuj rosnąco liczby a, b i c jeśli

a = $\frac{2}{2+\frac{1}{2+\frac{1}{2+\frac{1}{2}}}}$ b = $\frac{3}{3+\frac{1}{3+\frac{1}{3+\frac{1}{3}}}}$ c = $\frac{1}{1+\frac{1}{1+\frac{1}{1+\frac{1}{2}}}}$

Rozwiązanie:

a = $\frac{2}{2+\frac{1}{2+\frac{1}{\frac{5}{2}}}}$ b = $\frac{3}{3+\frac{1}{3+\frac{1}{\frac{10}{3}}}}$ c = $\frac{1}{1+\frac{1}{1+\frac{1}{\frac{3}{2}}}}$

a = $\frac{2}{2+\frac{1}{2+\frac{2}{5}}}$ b = $\frac{3}{3+\frac{1}{3+\frac{3}{10}}}$ c = $\frac{1}{1+\frac{1}{1+\frac{2}{3}}}$

a = $\frac{2}{2+\frac{1}{\frac{12}{5}}}$ b = $\frac{3}{3+\frac{1}{\frac{33}{10}}}$ c = $\frac{1}{1+\frac{1}{\frac{5}{3}}}$

a = $\frac{2}{2+\frac{5}{12}}$ b = $\frac{3}{3+\frac{10}{33}}$ c = $\frac{1}{1+\frac{3}{5}}$

a = $\frac{2}{\frac{29}{12}}$ b = $\frac{3}{\frac{109}{33}}$ c = $\frac{1}{\frac{8}{5}}$

a = $\frac{24}{29}$ b = $\frac{99}{109}$ c = $\frac{5}{8}$

a = 0,82… b = 0,90… c = 0,625

c ˂ a ˂ b

|  |  |
| --- | --- |
| Obliczenie liczby a | 2 pkt |
| Obliczenie liczby b | 2 pkt |
| Obliczenie liczby c | 2 pkt |
| Porównanie liczb | 1 pkt |

**UWAGA !**

1 punkt za obliczenia poszczególnych liczb przyznajemy, jeżeli uczeń poprawnie wykona przekształcenia przynajmniej do postaci, gdzie mamy w mianowniku 2 + $\frac{2}{5}$ lub 3 + $\frac{3}{10 }$ lub 1 + $\frac{2}{3}$

Punkt za porównanie liczb przyznajemy tylko wtedy, gdy są one poprawnie policzone.

**Zadanie nr 15 ( 7 pkt )**

Podaj wszystkie liczby całkowite, które spełniają równocześnie obie nierówności

$\frac{2x+1}{2}-\frac{3-x }{4}< 3+\frac{x-2}{2}$

 oraz $\left(x\sqrt{3}-2\right)\left(x\sqrt{3}+2\right)-\left(2x-1\right)^{2}\leq 5x-4+\left(x+2\right)\left(2-x\right)$

Rozwiązanie:

$\frac{2x+1}{2}-\frac{3-x }{4}< 3+\frac{x-2}{2}$ / ∙ 4

4x + 2 – 3 + x ˂ 12 + 2x – 4

4x + x – 2x ˂ 12 – 4 – 2 + 3

3x ˂ 9 / : 3

x ˂ 3

$\left(x\sqrt{3}-2\right)\left(x\sqrt{3}+2\right)-\left(2x-1\right)^{2}\leq 5x-4+\left(x+2\right)\left(2-x\right) $

3x² - 4 – 4x² +4x – 1 ≤ 5x – 4 + 4 - x²

3x² - 4x² + x² + 4x – 5x ≤ - 4 + 4 +4 + 1

- x ≤ 5 / : ( - 1 )

x ≥ - 5

Szukane liczby: - 5, - 4, - 3, - 2, - 1, 0, 1, 2

|  |  |
| --- | --- |
| Poprawne wykonanie mnożenia pierwszej nierówności przez 4 | 1 pkt |
| Poprawne pogrupowanie wyrazów z x po lewej stronie i wyrazów wolnych po prawej stronie nierówności | 1 pkt |
| Podanie rozwiązania: x˂3  | 1 pkt |
| Poprawne opuszczenie nawiasów w drugiej nierówności | 1 pkt |
| Poprawne pogrupowanie wyrazów z x po lewej stronie i wyrazów wolnych po prawej stronie nierówności | 1 pkt |
| Podanie rozwiązania: x≥ - 5  | 1 pkt |
| Poprawne podanie wszystkich liczb | 1 pkt |

**UWAGA!**

Jeżeli uczeń popełni błąd przy mnożeniu pierwszej nierówności lub przy opuszczaniu nawiasów

w drugiej nierówności, ale dalej rozwiąże nierówność poprawnie, bez kolejnych błędów, otrzymuje

1 punkt za sposób rozwiązania nierówności.

Jeżeli jedna lub obie nierówności rozwiązane są jak w poprzedniej uwadze, ale odpowiedź jest właściwa do rozwiązań, jakie uczeń otrzymał, przyznajemy punkt za podanie liczb spełniających obie nierówności.

**Zadanie nr 16 ( 7 pkt )**

Zosia otrzymała stypendium sportowe. Trzecią część tej kwoty wydała na nowy sprzęt do ćwiczeń. Następnie opłaciła roczny karnet na siłownię, na co wydała 400zł. Ćwierć kwoty, która jej została, przeznaczyła na opłaty związane z wyjazdami na zawody. Zapłaciła też 900 złotych zaliczki na letni obóz sportowy. Policzyła wszystkie wydatki i okazało się, że zostało jej jeszcze 10% całego stypendium. Jaką kwotę stypendium otrzymała Zosia?

Rozwiązanie:

x – kwota stypendium

$\frac{1}{3}$x – kwota wydana na zakup sprzętu

$\frac{2}{3}$x – 400 – reszta

$\frac{1}{4}\left(\frac{2}{3}x-400\right)$ - kwota przeznaczona na zawody

$\frac{3}{4}\left(\frac{2}{3}x-400\right)$ - zostało

 $\frac{3}{4}\left(\frac{2}{3}x-400\right)-900=0,1x$ lub $\frac{1}{3}$x + 400 + $\frac{1}{4}\left(\frac{2}{3}x-400\right)$ + 900 + 0,1x = x

 $\frac{1}{2}$x – 300 – 900 = 0,1x $\frac{1}{3}$x + 400 + $\frac{1}{6}$ x – 100 + 900 + 0,1x = x / ∙ 6

 0,4x = 1200 / : 0,4 2x +2400 +x – 600 + 5400 + 0,6x = 6x

 x = 3000 3,6x – 6x = - 7200

 - 2,4x = - 7200 / : ( - 2,4 )

 x = 3000

Zosia otrzymała 3000 zł stypendium.

|  |  |
| --- | --- |
| Oznaczenie niewiadomej i zapisanie kwoty na zakup sprzętu  | 1 pkt |
| Zapisanie, jaka kwota zostaje po kupieniu sprzętu i opłaceniu karnetu | 1 pkt |
| Zapisanie kwoty przeznaczonej na zawody | 1 pkt |
| Zapisanie równania | 2 pkt |
| Rozwiązanie równania i odpowiedź (za rozwiązanie z usterką uczeń otrzymuje 1 punkt) | 2 pkt |

**UWAGA!**

Jeżeli w zapisie równania pojawi się **drobna usterka** (np. zabraknie jednego z wydatków), przyznajemy za ułożenie równania 1 pkt. Punktów za rozwiązanie równania w takiej sytuacji nie przyznajemy.

**Zadanie nr 17 ( 7 pkt )**

Zegar ścienny ma wskazówki długości 6 cm i 16 cm. Jaka jest odległość między ich końcami o godzinie $2^{00}$ ?$ $

 

Rozwiązanie:

O godzinie 2ºº kąt między wskazówkami minutową i godzinową ma miarę 60º. Rysujemy wysokość i otrzymujemy trójkąt prostokątny o kątach 30º, 60º, 90º, w którym przeciwprostokątna ma długość 6 cm. Krótsza przyprostokątna ma więc długość 3 cm, a dłuższa 3$\sqrt{3} $cm. Obliczamy przyprostokątną w drugim trójkącie 16-3=13 i zapisujemy dla tego trójkąta twierdzenie Pitagorasa $x^{2}=13^{2}+\left(3\sqrt{3}\right)^{2}$ x²=169+27=196 x=14, ponieważ x>0

Odległość końców wskazówek wynosi 14 cm.

|  |  |
| --- | --- |
| Rysunek z zaznaczoną odległością końców wskazówek | 1 pkt |
| Podanie miary kąta między wskazówkami 60º | 1 pkt |
| Narysowanie wysokości i podanie długości odcinków w trójkącie o kątach 30º,60º,90º równych 3 i 3$\sqrt{3}$ | 2 pkt |
| Obliczenie przyprostokątnej w drugim trójkącie równej 13 | 1 pkt |
| Zapisanie twierdzenia Pitagorasa x² = (3$\sqrt{3}$ )² + 13² | 1 pkt |
| Obliczenie odległości końców wskazówek x=14 | 1 pkt |

**Zadanie nr 18 ( 7 pkt )**

Julia rozcięła kwadratową kartkę papieru na dwa przystające prostokąty. Każdy z nich złożyła w ten sposób, że otrzymała powierzchnie boczne dwóch różnych graniastosłupów prawidłowych czworokątnych. Suma objętości tych graniastosłupów wynosi 375 cm³. Jakie jest pole kartki, którą Julka miała na początku?

 

Rozwiązanie:

V₁ = (2x)² ∙ 4x = 16x³ lub V₁ = $\left(\frac{1}{4}a\right)^{2}∙\frac{1}{2}a=\frac{1}{32}a^{3}$

V₂ = x² ∙ 8x = 8x³ V₂ = $\left(\frac{1}{8}a\right)^{2}∙a=\frac{1}{64}a^{3}$

16x³ + 8x³ = 375 $\frac{1}{32}a^{3}+\frac{1}{64}a^{3}=375$

24x³ = 375 $\frac{3}{64}a^{3}=375$

x³ = $\frac{375}{24}=\frac{125}{8}$ $a^{3}=375:\frac{3}{64}=375∙\frac{64}{3}=125∙64$

x = $\frac{5}{2}$ = 2,5 $a=5∙4=20$

bok kwadratu a = 8x =8 ∙ 2,5 = 20 [cm]

P = (20 cm)² = 400 cm²

|  |  |
| --- | --- |
| Wprowadzenie oznaczeń  | 1 pkt |
| Zapisanie objętości jednego graniastosłupa | 1 pkt |
| Zapisanie objętości drugiego graniastosłupa | 1 pkt |
| Zapisanie równania | 1 pkt |
| Rozwiązanie równania | 1 pkt |
| Obliczenie długości boku kwadratu | 1 pkt |
| Obliczenie pola powierzchni początkowego kwadratu 400 cm² | 1 pkt |

**UWAGA:**

**Za każde poprawne rozwiązanie inne niż w schemacie oceniania przyznajemy maksymalną liczbę punktów.**